

# Numerische Modellierung zur Berechnung räumlichen aktiven Erddrucks

K. Abdel-Rahman<sup>1</sup>, M. Achmus<sup>2</sup>

**Kurzfassung:** Bezüglich der praktischen Berechnung räumlichen aktiven Erddrucks besteht noch erheblicher Klärungsbedarf. In diesem Beitrag wird das System Wand-Boden mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) modelliert, um den räumlichen aktiven Erddruck bzw. die Beanspruchung der Wand abhängig von der Wandverschiebungsform zu untersuchen. Für die Modellierung wird das Programmsystem ABAQUS eingesetzt.

Der Baugrund wird als ein einheitlicher Sandboden modelliert. Es wird zum Einen elastoplastisches Materialverhalten mit der Fließbedingung nach Mohr-Coulomb und zum Anderen hypoplastisches Materialverhalten angesetzt. Mögliche Scherverschiebungen in der Grenzfläche zwischen Wand und Boden werden über Kontaktbedingungen berücksichtigt.

In den auf einem Parallelrechner ausgeführten Berechnungen werden die Verschiebungsformen der Wand (Fußpunktdrehung, Kopfpunktdrehung, Parallelverschiebung) variiert. Außerdem wird die Abhängigkeit der resultierenden Wandbeanspruchung von der Größe der Verschiebung dargestellt. Die Ergebnisse werden mit den verschiedenen analytischen Berechnungsmodellen verglichen, um Aussagen zu deren Qualität bzw. Gültigkeitsbereich machen zu können.

## 1 Einführung

Die Berechnung von Verformungen und Spannungen im Untergrund bzw. der Beanspruchung von in das Erdreich einbindenden Konstruktionen ist eine Grundaufgabe der Geotechnik. Von aktivem Erddruck spricht man, wenn sich die belastete Wand vom Erdreich weg bewegt, wodurch in diesem stützende, d. h. den Erddruck verringernde Scherkräfte mobilisiert werden. Im Regelfall kann bei der Erddruckermittlung ein ebener Verzerrungszustand angenommen werden. Für diesen ebenen bzw. zweidimensionalen Fall gilt für nichtbindigen, d. h. nicht kohäsiven Boden:

$$E_a^{2D} = \frac{1}{2} \gamma h^2 k_a \quad (1)$$

Hierin ist  $h$  die Wandhöhe,  $\gamma$  die Wichte des Bodens und  $k_a$  der aktive Erddruckbeiwert, der im Allgemeinen vom Reibungswinkel  $\varphi'$  des Bodens, vom Wandreibungswinkel  $\delta_a$  und von den Wand- und Geländeneigungen abhängt.

Die Erddruckspannung in einer Tiefe  $z$  unter Gelände ergibt sich für den Fall einer Fußpunktdrehung der Wand zu

---

<sup>1</sup> Dr.-Ing., Institut für Grundbau, Bodenmechanik und Energiewasserbau,  
Universität Hannover, Appelstr. 9A, D-30167 Hannover, Tel. ++49 511-762 2273;  
[khalid@igbe.uni-hannover.de](mailto:khalid@igbe.uni-hannover.de)

<sup>2</sup> Prof. Dr.-Ing., Vorstand des Instituts für Grundbau, Bodenmechanik und Energiewasserbau,  
Universität Hannover, Appelstr. 9A, D-30167 Hannover, Tel. ++49 511-762-4155;  
[achmus@igbe.uni-hannover.de](mailto:achmus@igbe.uni-hannover.de)

$$e_a^{2D} = \gamma z k_a \quad (2)$$

Räumliche Effekte sind jedoch zu berücksichtigen, wenn die Tiefe einer Wand nicht mehr klein gegenüber der Wandlänge ist. Dies gilt zum Beispiel für tiefe Schächte oder für Einzellamellen einer in der Herstellung befindlichen Schlitzwand.

Grundsätzlich ist im räumlichen Fall mit einer Erddruckreduktion gegenüber dem ebenen Fall zu rechnen. Dies lässt sich durch einen Abminderungsfaktor  $\lambda$  beschreiben:

$$E_a^{3D} = \lambda E_a^{2D} \quad (3)$$

Der Abminderungsfaktor hängt wesentlich vom Räumlichkeitsverhältnis  $n = h/b$  (mit  $b =$  Wandbreite) ab, für  $n \rightarrow 0$  bzw.  $b \gg h$  ist  $\lambda = 1$ .

In Deutschland sind zwei Verfahren zur Abschätzung des räumlichen aktiven Erddrucks in Gebrauch. Die Norm DIN 4085 gibt Abminderungsfaktoren  $\lambda$  in Abhängigkeit von  $n$  an, die als auf der sicheren Seite liegende Mittelwerte aus verschiedenen Berechnungsverfahren (Piaskowski & Kowalewski 1965, Walz & Prager 1975, Karstedt 1982) festgelegt wurden. In der DIN 4126 wird ein Erdkeilmodell für die Berechnung der Erddruckkraft auf suspensionsgestützte Schlitzte angegeben. Eine Übersicht über weitere analytische Berechnungsverfahren ist in Müller-Kirchenbauer et al. (1979) enthalten. Weitere Verfahren haben außerdem Washbourne (1984) sowie Tsai & Chang (1996) vorgeschlagen.

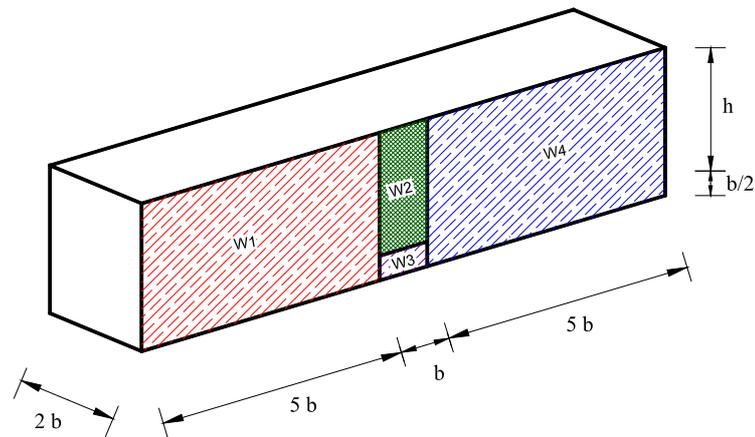
Während aktiver Erddruck für ebene Systeme zuverlässig mittels analytischer Berechnungsansätze ermittelt werden kann, ist dies bei räumlichen Systemen bislang nicht möglich. Vorhandene analytische Ansätze führen zu teilweise stark differierenden Ergebnissen. Die numerische Modellierung räumlicher Erddruckprobleme kann daher hier wichtige Erkenntnisse liefern.

## 2 Numerisches Modell

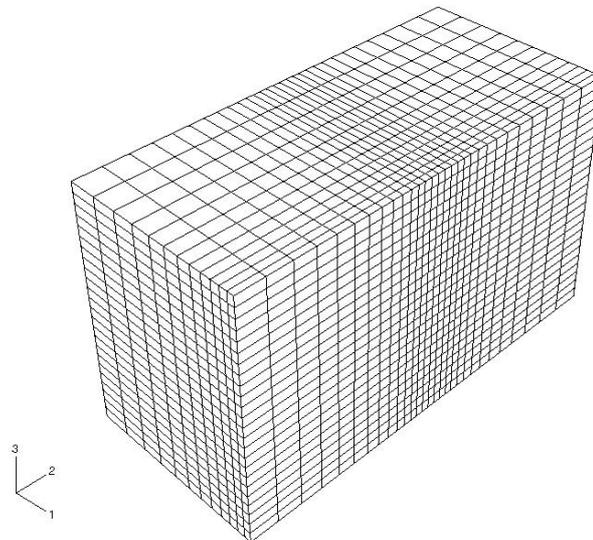
In den numerischen Untersuchungen mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) wurde das Programmsystem ABAQUS verwendet.

Die wesentlichen Aspekte der Modellierung sind:

- Es wurde eine 25 m tiefe und 5 m breite Wand untersucht. Die Abmessungen des dreidimensionalen Modellgebiets waren 55,0 m \* 10,0 m \* 27,5 m. Diese Abmessungen wurden so gewählt, dass sich keine Randeinflüsse aus den Auflagerbedingungen bemerkbar machten. Eine Ansicht des geometrischen Modells zeigt Abb. 1.
- Der Boden wurde mit 8-knotigen Kontinuumselementen modelliert (Abb. 2). Das Interaktionsverhalten in der Grenzfläche zwischen Wand und Boden wurde über Kontaktbedingungen simuliert. Relativverschiebungen treten auf, wenn das Verhältnis zwischen Scher- und Normalspannung einen definierten Grenzwert ( $\mu$ ) überschreitet.
- In der Stirnfläche des Modellgebiets wurden vier starre Wände (W1 bis W4) festgelegt. Es wurde der Erddruck auf die Wand W2 abhängig von deren Bewegung untersucht, wobei Parallelverschiebung, Drehung um den Fußpunkt und Drehung um den Kopfpunkt simuliert wurde. Die Wände W1, W3 und W4 waren unverschieblich.
- Als Ausgangszustand wurde der Erdruhedruck ( $k_0 = 0,48$ ) angesetzt.
- Es wurde geometrische Nichtlinearität berücksichtigt.



**Abb. 1 :** Abmessungen des geometrischen Modells



**Abb. 2:** Dreidimensionales Finite-Elemente-Modell

Die Modellierung des Stoffverhaltens des Bodens ist für die Qualität der Berechnungsergebnisse natürlich von entscheidender Bedeutung. Die Berechnungen wurden jeweils mit zwei Stoffgesetzen ausgeführt. Zum Einen wurde als relativ einfaches Stoffgesetz ein linear elastisch – ideal plastischer Ansatz mit Fließbedingung nach Mohr-Coulomb verwendet. Zum Anderen wurden Berechnungen unter Ansatz hypoplastischen Materialverhaltens des Sandes durchgeführt. Für Einzelheiten bezüglich dieses Stoffgesetzes wird auf Herle (1997) und Abdel-Rahman (2000) verwiesen.

Die verwendeten Stoffparameter sind in Tab. 1 zusammengestellt. Die Wichte des Bodens wurde jeweils mit  $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$  angesetzt.

Stoffgesetz	Stoffparameter
FEM, MC	$E_S = 80 \text{ MN/m}^2$ , $\nu = 0,25$ $\varphi' = 33^\circ$ , $\psi = 3^\circ$ , $c' = 1.0 \text{ kN/m}^2$
FEM, hypopl.	$\varphi_c = 30^\circ$ , $h_s = 5800 \text{ MN/m}^2$ , $e_{d0} = 0,53$ , $e_{c0} = 0,84$ , $e_{i0} = 1,0$ , $n = 0,25$ , $\alpha = 0,13$ , $\beta = 1,05$

**Tabelle 1:** Verwendete Stoffparameter

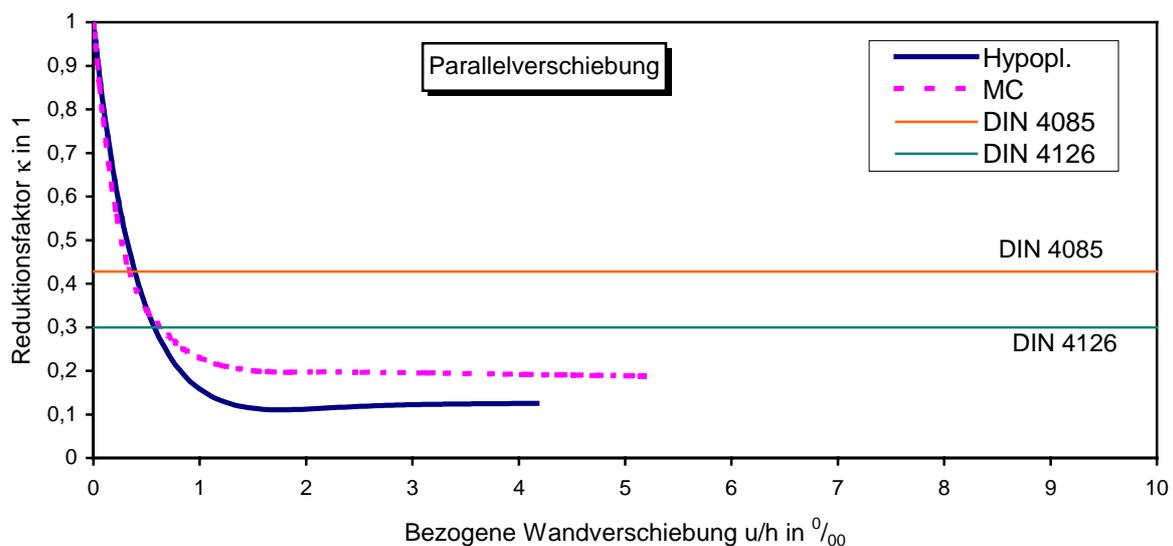
### 3 Berechnung des räumlichen Erddrucks

Die mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) beispielhaft untersuchte Wand weist mit Abmessungen von  $h = 25 \text{ m}$  und  $b = 5 \text{ m}$  ein Räumlichkeitsverhältnis von  $n = 5$  auf. Der Abminderungsfaktor  $\lambda$  gemäß Gleichung (3) ergibt sich nach den analytischen Verfahren zu 0,76 (DIN 4085) bzw. 0,53 (DIN 4126). Diese Verfahren setzen voraus, dass die Wandverschiebung ausreicht, um den Grenzzustand des aktiven Erddrucks zu erreichen. Eine Abhängigkeit des Erddrucks von der Art der Wandbewegung bleibt hierbei unberücksichtigt.

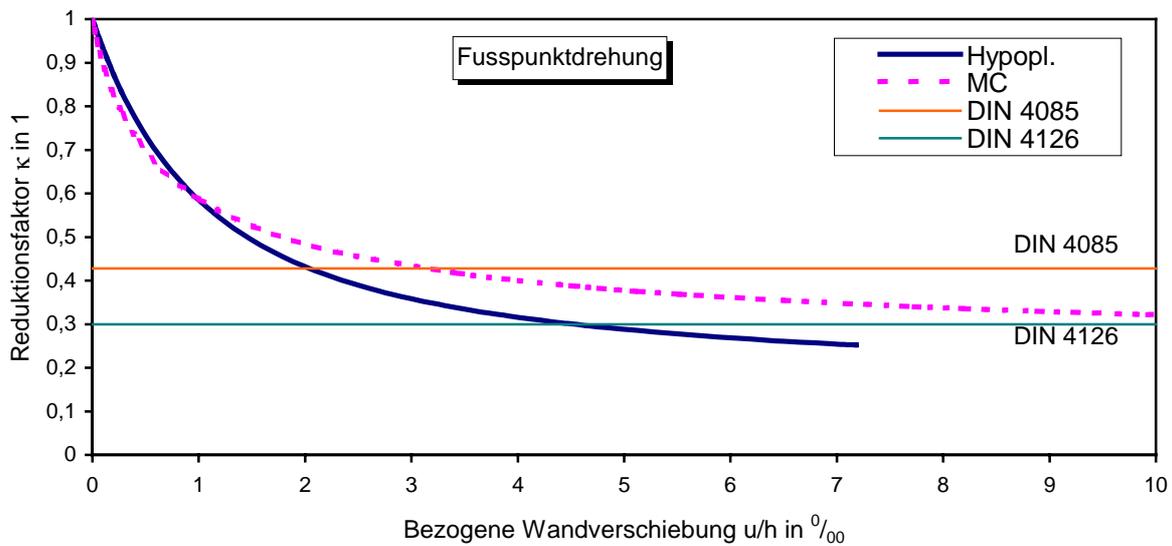
Mit zunehmender Verschiebung der Wand nimmt der Erddruck ausgehend vom Ruhedruckzustand (Erdruhedruck  $E_0$ ) ab. Diese Reduktion des resultierenden Erddrucks wird hier über einen Faktor  $\kappa$  beschrieben:

$$\kappa = \frac{E^{3D}}{E_0} \quad (4)$$

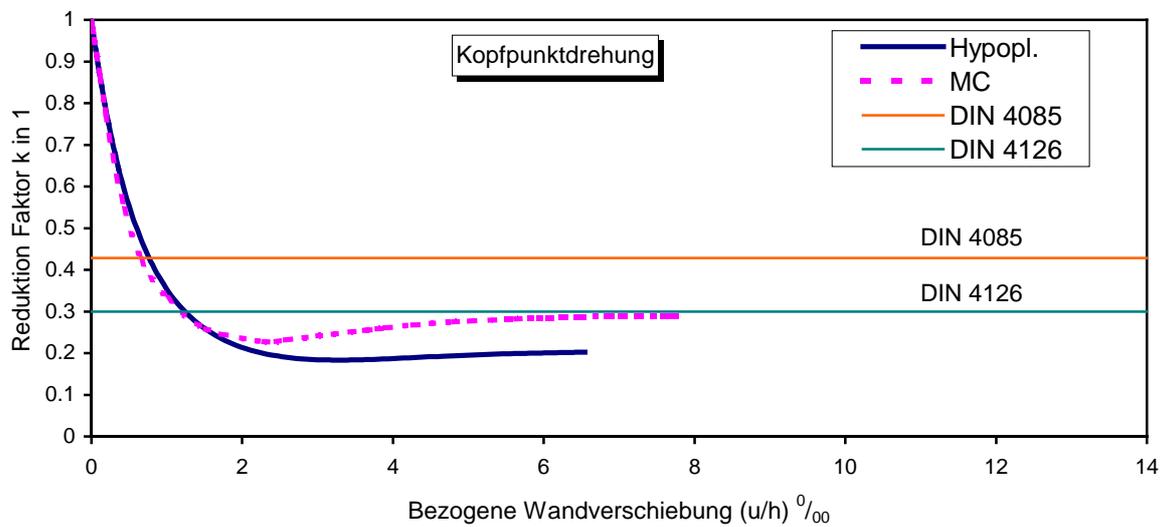
In den Abbildungen 3a) bis c) sind die mit dem numerischen Modell berechneten Abhängigkeiten des Faktors  $\kappa$  von der auf die Wandhöhe bezogenen maximalen Wandverschiebung  $u/h$  für die drei betrachteten Verschiebungsformen dargestellt. Ebenfalls dargestellt sind die aus den analytischen Verfahren resultierenden  $\kappa_{\min}$ -Werte.



**Abb. 3 (a):** Reduktionsfaktor  $\kappa$  in Abhängigkeit von der bezogenen Wandverschiebung  $u/h$  für Parallelverschiebung



**Abb. 3 (b):** Reduktionsfaktor  $\kappa$  in Abhängigkeit von der bezogenen Wandverschiebung  $u/h$  für Fußpunktdrehung



**Abb. 3 (c):** Reduktionsfaktor  $\kappa$  in Abhängigkeit von der bezogenen Wandverschiebung  $u/h$  für Kopfpunktdrehung

Die Abbildungen lassen folgendes erkennen:

1. Die Kurvenverläufe zeigen die zu erwartende nichtlineare Abnahme des  $\kappa$ -Wertes bzw. des Erddrucks mit zunehmender horizontaler Verschiebung bis zum Erreichen eines Grenzwertes.
2. Nach Erreichen des Grenzwertes bleibt der Erddruckbeiwert bei fortschreitender Wandbewegung (Parallelverschiebung und Kopfpunktdrehung) nahezu konstant.

Bei Drehung um den Fußpunkt wurde bis  $u/h = 1\%$  kein eindeutiger Grenzwert festgestellt.

3. Sowohl die Größe der Grenzverschiebung als auch der zugehörige minimale Erddruckwert sind abhängig von der Wandverschiebungsform.
4. Die beiden verwendeten Stoffgesetze (MC & Hypopl.) liefern relativ gut übereinstimmende Ergebnisse. Dies gilt sowohl für die Verschiebungsabhängigkeit des räumlichen Erddrucks als auch – mit Einschränkungen – für den Minimalwert  $\kappa_{\min}$ , wobei letzterer sich unter Ansatz hypoplastischen Materialverhaltens etwas niedriger ergibt als mit dem Stoffgesetz MC.

Aus dem in Gleichung (3) definierten Reduktionsfaktor  $\lambda$  kann der  $\kappa_{\min}$ -Wert wie folgt berechnet werden:

$$\kappa_{\min} = \frac{\lambda k_a}{k_0} \quad (5)$$

Für den hier untersuchten Fall gilt  $k_0 = 0,48$  und  $k_a = 0,27$ . Die  $\kappa$ -Werte nach den analytischen Berechnungsverfahren wurden entsprechend berechnet und ebenfalls in den Abb. 3.a) bis c) eingetragen.

In Tabelle 2 sind die berechneten Reduktionsfaktoren  $\kappa$  zusammengestellt und ebenfalls den Werten gemäß der in Deutschland üblichen Berechnungsverfahren gegenübergestellt.

	$\kappa$ in 1		
	Parallelverschiebung	Fußpunktdrehung	Kopfpunktdrehung
FEM (MC)	0.188	0.311	0.228
FEM(Hypopl.)	0.125	0.253	0.190
DIN 4085	0.4275		
DIN 4126	0.298		

**Tabelle 2.** Werte für  $\kappa = E_a^{3D} / E_0$  ( $n = h/b = 5$ )

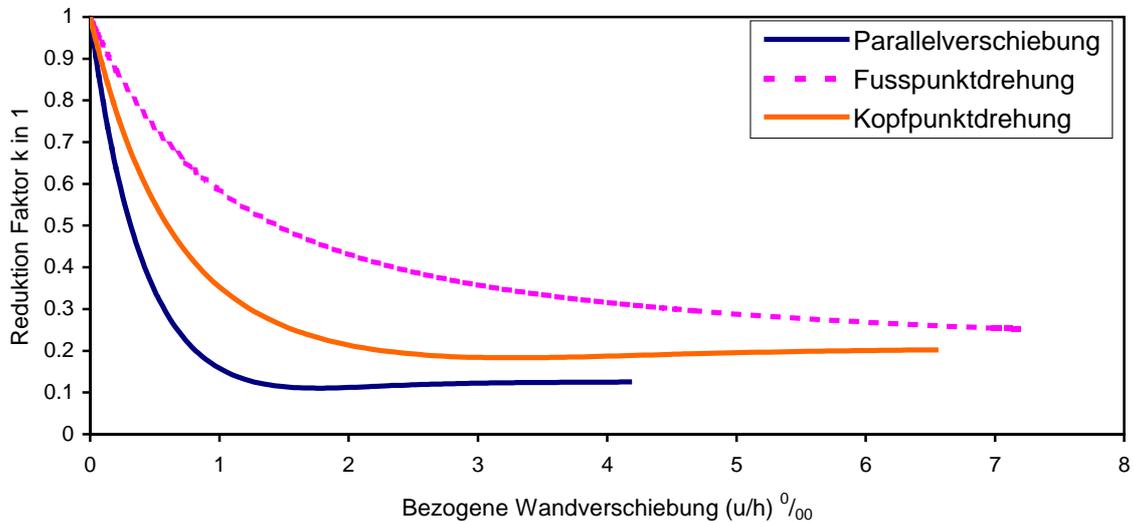
#### 4 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Für die in dem vorliegenden Aufsatz beschriebenen Untersuchungen wurde ein FEM-Modell entwickelt, um räumliche Erddruckprobleme in Sand zu simulieren. Die Berechnungen wurden jeweils mit zwei Stoffgesetzen ausgeführt. Zum Einen wurde ein linear elastisch – ideal plastischer Ansatz mit Fließbedingung nach Mohr-Coulomb verwendet. Zum Anderen wurde das hypoplastische Materialmodell angesetzt.

Aus den numerischen Berechnungen, welche exemplarisch für ein Räumlichkeitsverhältnis von  $n = 5$  ausgeführt wurden, ergibt sich, dass sich die Art der Wandbewegung sowohl auf die Verschiebungsabhängigkeit der Wandbelastung als auch auf die Größe des aktiven Erddrucks auswirkt (Bild 4). Bei Parallelverschiebung beträgt die resultierende Erddruckkraft etwa 50% von der Erddruckkraft für den Fall der Fußpunktdrehung und etwa 65% von der Erddruckkraft für den Fall der Kopfpunktdrehung.

Die numerisch ermittelten Reduktionsfaktoren für den Grenzzustand des räumlichen aktiven Erddrucks sind teilweise deutlich geringer als die nach den analytischen Berechnungsverfahren

gemäß DIN 4085 und DIN 4126 berechneten. Hier bestätigt sich, dass es bezüglich räumlicher Erddruckberechnungen noch erheblichen Forschungsbedarf gibt.



**Abb. 4:** Reduktionsfaktor  $\kappa$  in Abhängigkeit von der bezogenen Wandverschiebung  $u/h$  für drei Wandbewegungsarten (FEM-Berechnung mit hypoplastischem Stoffgesetz)

## 5 Literaturverzeichnis

ABAQUS 2003 . User Manual, Version 6.4

Abdel-Rahman, K. 1999. Numerische Untersuchungen von Maßstabeffekten beim Erddruck auf Sand. *Schriftreihe des Lehrstuhls Baugrund- Grundbau, Universität Dortmund*, Heft 23.

DIN 4085. 1987. Berechnung des Erddrucks. *Deutsches Institut für Normung*. Beuth Verlag.

DIN 4126. 1986. Ortbeton-Schlitzwände. *Deutsches Institut für Normung*. Beuth Verlag.

Herle, I. 1997. Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste. *Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik, Universität Fridericiana Karlsruhe*, Heft 142.

Karstedt, J. 1982. Untersuchungen zum aktiven räumlichen Erddruck in rolligem Boden bei hydrostatischer Stützung der Erdwand. *Veröffentlichungen des Grundbauinstituts der Technischen Universität Berlin*, Heft 10.

Müller-Kirchenbauer, H. Walz, B. & Kilchert, M. 1979. Vergleichende Untersuchung der Berechnungsverfahren zum Nachweis der Sicherheit gegen Gleitflächenbildung bei suspensionsgestützten Erdwänden. *Veröffentlichungen des Grundbauinstituts der Technischen Universität Berlin*, Heft 5.

Piaskowski, A. & Kowalewski, Z. 1965. Application of Thixotropic Clay Suspensions for Stability of Vertical Sides of Deep Trenches without Strutting. *Proc. 6th intern. conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal, Bd.2,p. 526-529*.

- Tsai, J. & Chang, J. 1996. Three-dimensional Stability Analysis for slurry-filled Trench Wall in Cohesionless Soil, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 33, p. 798-808, 1996.
- Walz, B. & Prager, J. 1978. Der Nachweis der äußeren Standsicherheit suspensionsgestützter Erdwände nach der Elementscheibentheorie. *Veröffentlichungen des Grundbauinstituts der Technischen Universität Berlin*, Heft 4.
- Washbourne, J. 1984. The three-dimensional Stability Analysis of Diaphragm Wall Excavations, *Ground Engineering*, Vol. 5, 1984